

## D.M N° 1

- I- 1) Donner une rapide biographie d'Erathostène.  
 2) Parmi les travaux d'Erathostène, qu'appelle-t-on «crible d'Erathostène»? Que signifie le mot «crible» dans cette expression?  
 3) Utiliser la méthode du crible d'Erathostène pour déterminer tous les nombres premiers inférieurs à 200.

## II- Salim, le bijoutier et Beremiz

Salim le patron de l'auberge et le bijoutier avaient un sérieux différend à résoudre. Ils firent appel au calculateur prodige Beremiz.

"Quelle est l'origine de votre différend? demanda-t-il.

- Cet homme, répondit Salim en désignant le marchand, est venu de Syrie pour vendre ses bijoux à Bagdad. Il m'a promis de me payer, pour son séjour dans mon établissement, 20 dinars s'il vendait sa marchandise 100 dinars, mais 35 dinars s'il en tirait 200 dinars.

Au bout de quelques jours, il a réussi, en se démenant, à vendre tout son lot pour 140 dinars. Combien, selon notre accord, doit-il me payer pour ses frais d'hébergement?

- Je te dois 24 dinars et demi! répondit aussitôt le bijoutier syrien. Si pour une vente de 200 dinars je devais t'en donner 35, pour une vente de 140 je te dois donc 24 dinars et demi!

- Il se trompe! s'exclama le vieux Salim, d'un ton irrité. Selon mes calculs, il me doit 28 dinars... En effet, si pour 100 dinars de bijoux vendus j'en reçois 20 pour l'hébergement, alors pour 140 dinars de marchandises vendues, le bijoutier doit me verser 28 dinars d'hébergement."

Pouvez-vous aider Beremiz à les départager? (On pourra commencer par expliquer comment les deux hommes font leurs calculs respectifs puis on déterminera quelle est la somme à payer)

- III- Exprimer les nombres suivants sous la forme  $2^n \times 3^p \times 5^k$  où  $n$ ,  $p$  et  $k$  sont des entiers relatifs.

$$A = \frac{150^2 \times 8^4}{90^7 \times 30^{-2}} \quad B = \left( \frac{9^3 \times 8^2}{25^2 \times 72^{-3}} \right)^2 \quad C = \frac{0,00025^2}{81000^2}$$

- IV- On dit qu'un nombre est **parfait** s'il est égal à la somme de ses diviseurs propres (autres que lui-même).

Par exemple: la liste des diviseurs de 6 est  $D_6 = \{1; 2; 3; 6\}$  et  $6 = 1 + 2 + 3$

On dit qu'un nombre est **abondant** s'il est inférieur à la somme de ses diviseurs propres.

Par exemple: la liste des diviseurs de 12 est  $D_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$  et  $12 < 1 + 2 + 3 + 4 + 6$

On dit qu'un nombre est **déficient** s'il est supérieur à la somme de ses diviseurs propres.

Par exemple: la liste des diviseurs de 8 est  $D_8 = \{1; 2; 4; 8\}$  et  $8 > 1 + 2 + 4$

Parmi les nombres suivants, déterminer (en justifiant) lesquels sont parfaits, lesquels sont abondants, lesquels sont déficients: 20 ; 28 ; 104 ; 464 ; 496 ; 512 ; 8128